mov'eo
Imagine mobility

CEVAA

CENTRE D'EXPERTISE ET D'ESSAIS

VIBRATION / ACOUSTIQUE / FIABILITÉ

mov'eo
Imagine mobility

INSTITUT CARNOT ESP

Sommaire

- **Définition physique de l’optimisation**
  - Modifications automatiques des paramètres du modèle d’analyse (ex: modèle éléments finis) pour atteindre un objectif fixé tout en respectant les contraintes du cahier des charges

- **Applications possibles de l’optimisation**
  - Amélioration d’un design
  - Evaluation et sélection de solutions techniques
  - Trouver une solution à un problème de conception
  - Recalage de modèles
  - Identification de paramètres à partir de mesures
  - Analyse de sensibilité, etc.

- **Définition numérique de l'optimisation**

  - Minimiser une fonction objectif en présence de contraintes
  - La fonction objectif *F(X)* peut être par exemple de minimiser la masse d'un solide
  - Les contraintes peuvent être directement définies par l'ingénieur, ou bien être des contraintes internes au problème à résoudre

- **Principaux algorithmes utilisés pour l'optimisation des structures**

    - Méthodes déterministes (gradient)
    - Méthodes stochastiques (algorithme génétique)
    - Plan d'expériences

      [J. Goupy, L. Creighton, Introduction aux plans d'expériences, Ed. Dunod, 2009]

Formulation d'un problème d'optimisation

- **Variable de conception**

$$\text{Trouver } \{X\} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

- **Fonction objectif**

$$\text{Minimiser } F\{X\}$$

- **Contraintes**
  - D'égalité : $H_k(X) = 0 \qquad k = 1,2,\ldots,M$
  - D'inégalité : $G_j(X) \leq 0 \qquad j = 1,2,\ldots,L$
  - Sur les variables de conception : $x_i^L \leq x_i \leq x_i^u \qquad i = 1,2,\ldots,N$

Formulation d'un problème d'optimisation

- **Minimiser la fonction objectif**

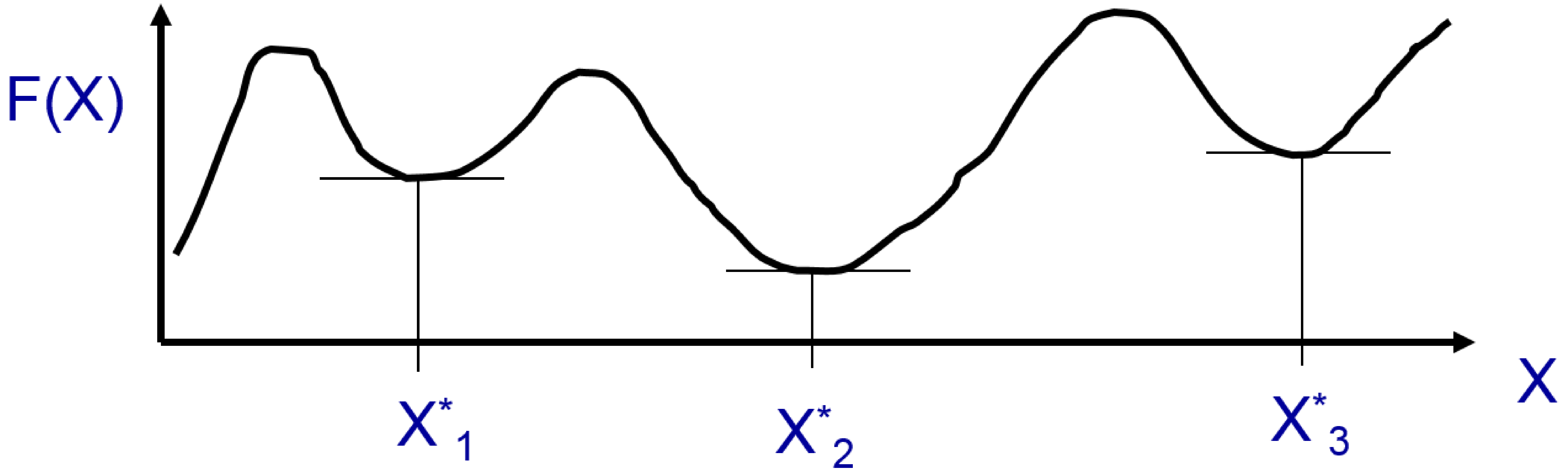
  - La fonction objectif *F(X)* est une quantité scalaire
  - Maximiser *F(X)* revient à minimiser – *F(X)*
  - Pour une unique variable de conception, F(X) atteint son minimum pour

$$\frac{dF}{dX} = 0$$

  - Ainsi, l'optimiseur échantillonne cette fonction continue pour estimer un extremum

Formulation d'un problème d'optimisation

- **Minimiser la fonction objectif**



  - L'optimum global ne peut être trouvé que si l'ensemble de l'espace de recherche est analysé
  - Un moyen pratique de détecter le minimum global est de lancer plusieurs recherches à partir de valeurs de départ différentes

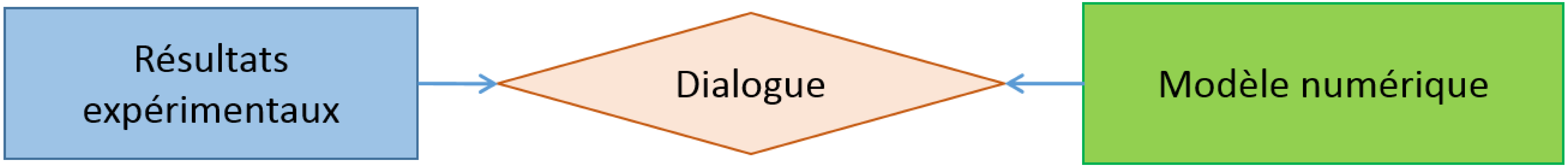
Recalage d’un modèle numérique

- **Introduction**

  - **Définition** : Le recalage représente la procédure de correction des valeurs des paramètres d’un modèle numérique, afin que celui-ci reproduise le comportement physique de la structure modélisée
  - **Besoin**:
    - Recalage de paramètres constitutifs des lois du comportement
    - Recalage de masses et raideurs discrètes
    - Identification de conditions aux limites et chargements
    - Recalage de modèles réduits équivalents sur des modèles plus fins de référence
    - Recalage de paramètres de liaisons (ex : raideurs)

Recalage d’un modèle numérique

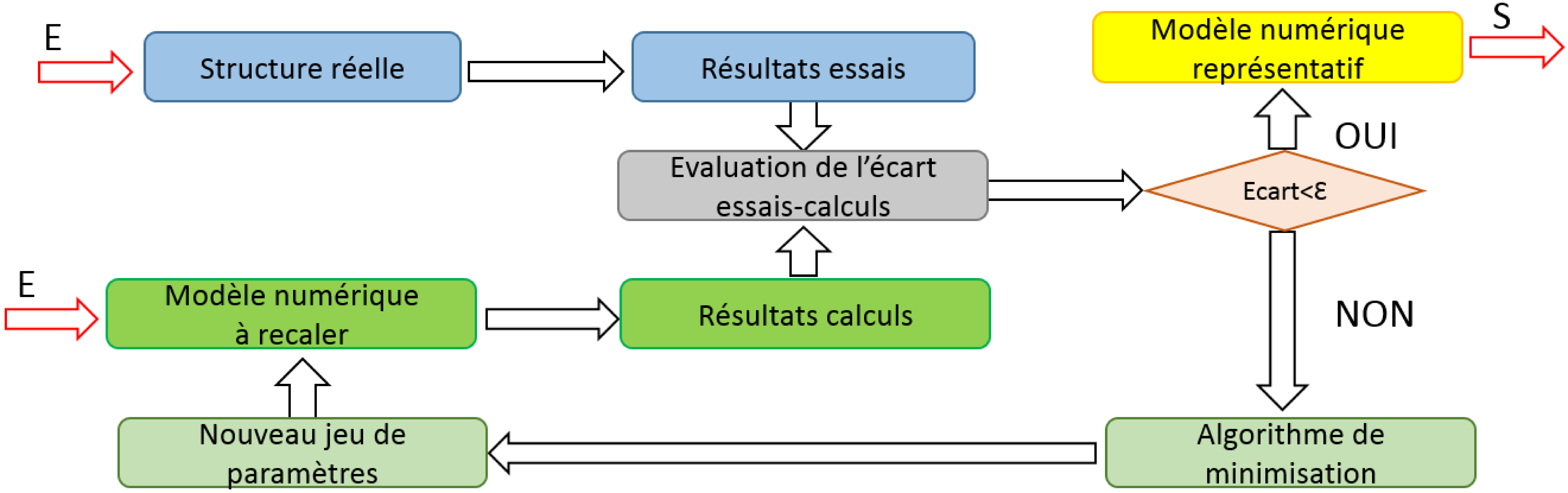
- **Introduction**
  - Pour la mise en œuvre du recalage, il faut disposer :
    - De résultats expérimentaux
    - D’un modèle numérique
    - D’outils de dialogue entre les essais et les calculs



Recalage d'un modèle numérique

- **Principes théoriques**

  - Principales étapes du processus de recalage



Recalage d'un modèle numérique

- **Principes théoriques**
  - Fonction objectif de l'algorithme de minimisation
    - Elle exprime l'écart entre la réalité et le modèle numérique (fonction d'erreur)
    - Sa construction influence directement la qualité du modèle issu du recalage
    - Principales fonctions objectif utilisées
      - Somme des valeurs d'écarts absolus :

$$f = \sum_i \left| R_i^{\exp} - R_i^{\mathrm{num}} \right|$$

      - Norme quadratique des écarts absolus :

$$f = \sqrt{\sum_i \left(R_i^{\exp} - R_i^{\mathrm{num}} \right)^2}$$

Recalage d'un modèle numérique

- **Principes théoriques**

  - Fonction objectif de l'algorithme de minimisation

    - Principales fonctions objectif utilisées

      - Norme quadratique des écarts relatifs :

$$f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{R_i^{\exp} - R_i^{\mathrm{num}}}{R_i^{\exp}} \right)^2}$$

      - Norme quadratique des écarts relatifs pondérés :

$$f = \sqrt{\sum_i p_i \left(\frac{R_i^{\exp} - R_i^{\mathrm{num}}}{R_i^{\exp}} \right)^2}$$

Recalage d'un modèle numérique

- **Principes théoriques**
    - Méthodes de minimisation (deux classes principales)
        - Méthodes déterministes
            - Elles exploitent de l'information connue sur un espacer de recherche pour estimer l'optimum
            - Elles sont basées sur le calcul du gradient et du Hessien
            - Généralement efficace quand on a une connaissance a priori sur l'emplacement du minimum global de la fonction
            - Exemples : Newton, Quasi-Newton, Levenberg-Marquardt

Recalage d’un modèle numérique

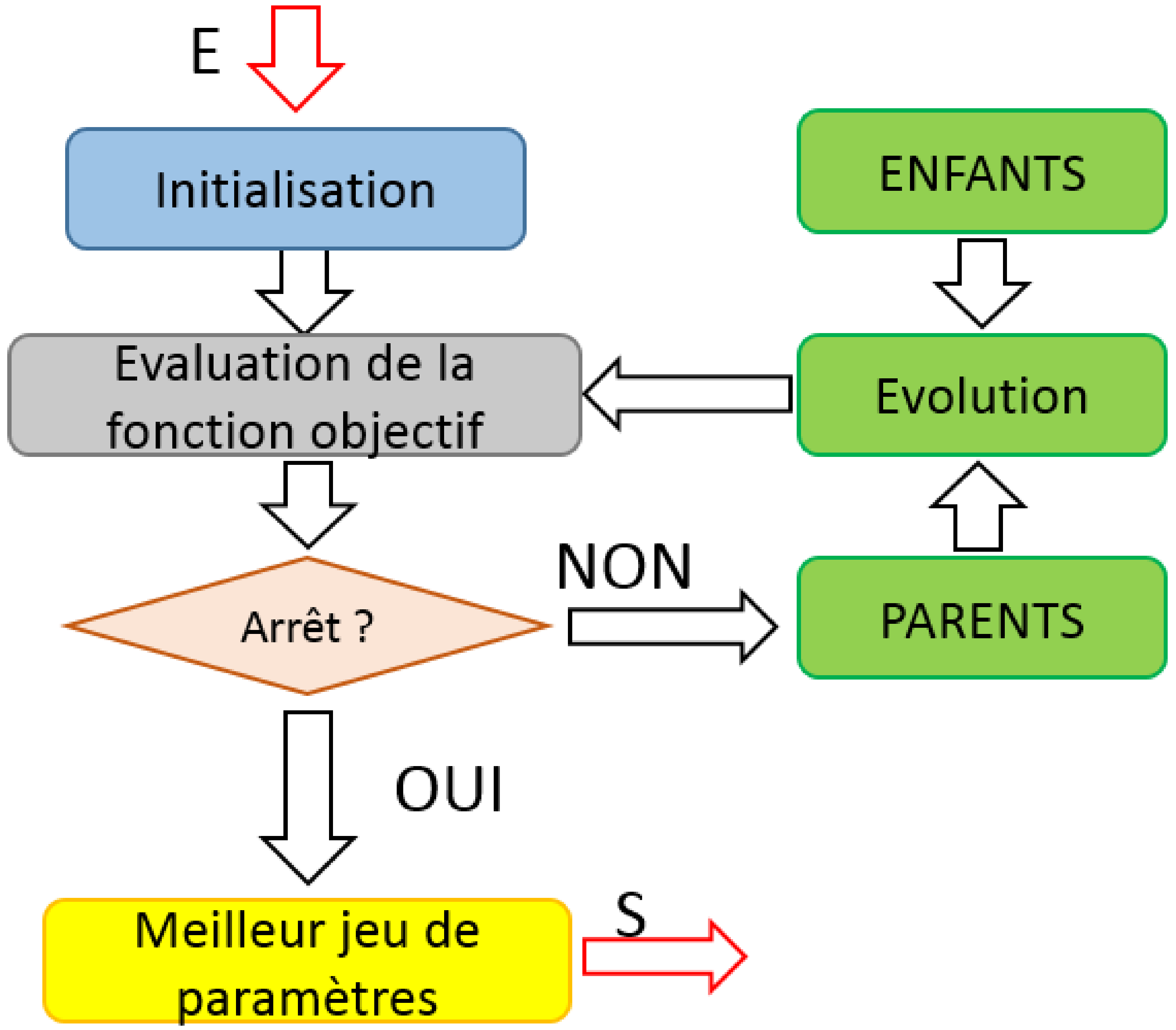
- **Principes théoriques**
  - Méthodes de minimisation (deux classes principales)
    - Méthodes stochastiques
      - Elles utilisent une approche probabiliste pour résoudre le problème inverse
      - Elles calculent uniquement la fonction objectif
      - Elles utilisent des jeux de paramètres dont le choix est quasi-aléatoire et/ou évolutif dans l’espace de recherche dfini par l’utilisateur
      - **Avantages** : robuste et efficace même en présence de minima locaux
      - **Inconvénients** : gourmandes en temps CPU
      - Exemples : Monte Carlo, algorithmes génériques

Recalage d'un modèle numérique

- **Principes théoriques**

  - Algorithmes génériques

    - Tirages au sort des populations PARENTS et ENFANTS (jeux de paramètres)
    - Mécanismes d'évolution :
      - Sélection
      - Remplacement
      - Mutation
      - Croisement
    - Evaluation de la fonction objectif



Recalage d'un modèle numérique

- **Principes théoriques**
  - Méthodes hybrides
    - Algorithme génétique pour démarrer une recherche grossière
    - Algorithme déterministe pour affiner la minimisation de l'objectif
  - Critères de changement d'algorithme et d'arrêt
    - Nombre maximal d'itérations de recalage
    - Nombre maximal d'évaluation de la fonction objectif
    - Résidu global relatif de la fonction objectif
    - Seuil minimal de variation de la fonction objectif
    - Seuil minimal de variation des valeurs des paramètres

Recalage d’un modèle numérique

- **Conseils pratiques**

  - Le recalage n’est pas un processus automatique, une intervention humaine est toujours nécessaire
  - Travaux à faire avant le lancement du recalage :
    - Modèle numérique aussi bon que possible
    - Modèle expérimental correct
    - Etude de sensibilité sur les paramètres incertains
  - L’écart 0 entre expérience et calcul n’existe pas